

EMPAQUETAMIENTO DE PATRONES. ALGORITMO DE POSICIONAMIENTO EN FRONTERA.

Ramón Rizo Aldeguer

Departamento de Sistemas Informáticos y Computación

Universidad de Alicante.

Apdo. 99. Alicante. España.

Telf. 34-96-5903681

EARN: SIC@EALIUN11.EARN

Alfons Crespo Lorente

Departamento de Ingeniería de Sistemas, Computadores y Automática.

Universidad Politécnica de Valencia.

Apdo: 22012 Valencia. España.

Telf.: 34-96-3877571

Email: acrespo@aii.upv.es

INDICE:

Introducción. Trabajos previos. Formulación. Condiciones de no-intersección. El Modelo Radial. Algoritmo de Posicionamiento en Frontera. Resultados. Conclusiones. Referencias.

Abstract

Un problema clásico de diseño asistido por computador es la manipulación de formas bidimensionales optimizando su empaquetamiento. A lo largo del trabajo se aborda el estado del arte, particularizando en los aspectos relacionados con la línea de investigación, se revisan heurísticas empleadas en otros trabajos: cierres rectangulares y deslizamientos. Después de la formulación del problema; en busca de soluciones heurísticas, se hace una revisión de los modelos de representación, aportando el modelo radial, que sirve de soporte para razonamientos geométricos basados en la observación del comportamiento ante el problema por parte de los especialistas humanos. Para finalmente proponer el algoritmo de posicionamiento en frontera, y el análisis comparativo de resultados, donde se evalúan los resultados obtenidos. Después de las conclusiones, se proponen las líneas de continuación.

Palabras Clave

CIM, empaquetamiento de patrones, razonamiento geométrico, posicionamiento en frontera.

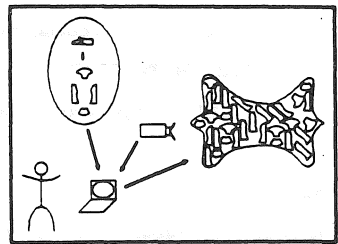
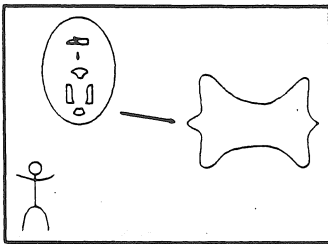
EMPAQUETAMIENTO DE PATRONES. ALGORITMO DE POSICIONAMIENTO EN FRONTERA.

1.- Introducción.

La motivación práctica del trabajo es el problema del corte de pieles en el sector del calzado, en el que se pretende optimizar el aprovechamiento de la superficie del material.

Aunque recientemente han aparecido sistemas para el posicionamiento, los de más éxito son los interactivos, donde el usuario incorpora la heurística de colocación, realizándose el posicionamiento de forma manual, ayudado por un sistema CAD.

El trabajo aportado podría integrarse dentro de un sistema industrial completo, que implica áreas, como son: visión, empaquetamiento de patrones, control numérico.



Este trabajo se dirige, en particular, al posicionamiento empaquetado de perfiles curvilíneos sobre zonas irregulares, de manera que la pérdida sea mínima.

La irregularidad de los perfiles en la industria del calzado es el resultado de utilizar estructuras planas para cubrir superficies tridimensionales, aquí la pérdida no se puede evitar cuando se colocan los perfiles.

El problema del empaquetamiento (semicobertura) bidimensional puede plantearse como sigue: dados un material bidimensional, un conjunto de formas bidimensionales para situar sobre el material y un conjunto de restricciones encontrar una solución que haga el mejor uso posible del material y que satisfaga todas las restricciones.

En este trabajo se aporta una solución al problema del empaquetamiento, formulado a partir de las semicoberturas homogéneas, basando dicha solución en razonamientos geométricos vinculados al comportamiento de expertos humanos, abordándose aspectos abiertos por trabajos anteriores.

2.- Trabajos previos.

El problema básico de la colocación de formas sobre otras de mayor tamaño ha sido abordado en diversos trabajos, uno de los primeros intentos de resolver mediante computador el empaquetado, se realizó por Haims en 1966 [HAIM66] y Art en 1967 [ART_67]. Proponían soluciones heurísticas basadas en cierres rectangulares y envolturas.

Este problema, por su naturaleza, no ha sido completamente resuelto, aportándose soluciones parciales que corresponden a diversas demandas industriales (Textil, metal, electrónica).

Uno de los trabajos mas recientes corresponde a Amaral, Bernardo y Jorge [AMAR90], se hizo en el marco del textil y utiliza la colocación por deslizamiento.

Los enfoques prácticos que se han aplicado pueden clasificarse en tres grupos:

- Resolución en programación lineal [KONO81]. Supuestos de rectangularidad en la zona de posicionamiento y en términos de minimización de longitud.
- Resolución mediante cierres rectangulares.
- Resolución mediante deslizamiento de las piezas a colocar.

Para la colocación basada en cierres rectangulares Adamowicz y Albano, proponen una solución en dos etapas, convirtiendo el problema original de colocar piezas irregulares en otro consistente en colocar módulos rectangulares. Para la simplificación utilizan un algoritmo de cierre para piezas irregulares en rectángulos de area mínima, el algoritmo de cierre acepta un conjunto de perfiles y produce una lista de módulos rectangulares de area mínima, su instrumentación permite la interacción con el usuario

Para la colocación basada en deslizamiento, realizada por Amaral y otros [AMAR90], la zona donde deben realizarse los cortes es un rectángulo de anchura fija y longitud infinita, la optimización viene determinada por la menor longitud usada posible. Para colocar cada pieza, establecen un vector de deslizamiento, procediendo a desplazar la pieza en su dirección. Una vez que se produce la primera colisión, se evalúan las condiciones de finalización, si alguna de ellas se cumple, el proceso finaliza y el perfil queda situado en la posible colisión. En otro caso se calcula un nuevo vector de deslizamiento, cuya dirección depende de la posición relativa de los vértices y los lados presentes en la colisión, repitiéndose el proceso mientras no se produzca alguna condición de finalización.

De las investigaciones previas del problema que se considera, aparecen los siguientes aspectos no abordados:

- Giro de las piezas. Representa básicamente un fuerte aumento de la complejidad computacional.
- Zonas de posicionamiento genéricas (cóncavo-convexas). Esta consideración afecta a todas las soluciones previas, puesto que la rectangularidad de la zona de posicionamiento sirve como base para determinar los criterios de optimización que se proponen.
- Criterios de optimización basados en consideraciones morfológicas, ocupando zonas más alejadas del centroide, áreas mínimas, etc.
- Criterios de optimización basados en el comportamiento del experto humano, en definitiva captar y reflejar la estrategia del especialista en posicionamiento manual.
- Abordar el problema con técnicas de procesamiento paralelo.
- Clasificación del problema.

3.- Formulación.

Una primera aportación de este trabajo es la formulación del problema de las semicoberturas homogéneas óptimas, Para ello, veamos unos conceptos previos.

Diremos que una colección de conjuntos forma un empaquetamiento (semicobertura) dentro de otro conjunto S , si los conjuntos son disjuntos dos a dos y su unión está contenida, dentro de S .

Llamaremos región bidimensional o pieza plana caracterizada por Q , correspondiente a una zona discreta del plano, a un conjunto de puntos que satisfacen la propiedad Q .

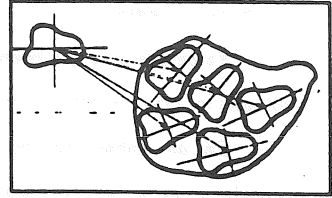
$$PP = \{ (x,y) \in \mathbb{R}^2 / (x,y) \text{ satisface } Q \}$$

Llamaremos instancia de pieza plana, a cualquier transformación (traslación, giro o composición) de la pieza plana.

$$f(PP) / f \in T_{\mathbb{R}^2}$$

Dadas dos piezas planas, diremos que una está contenida en otra, si existe una transformación del plano cuya imagen se incluye en la segunda.

PP0 y PP1 piezas planas PP0 \subset PP1 if $f \in T_{R2} / f(PP0) \subset PP1$.



Llamaremos Semicobertura homogénea de una región bidimensional a partir de la pieza plana, a cualquier conjunto de instancias de la pieza plana, contenidas en la región bidimensional y disjuntas dos a dos.

Diremos que una semicobertura homogénea es óptima si su cardinal es mayor o igual que el de cualquier otra que se pueda formar.

PP0 y PP1 piezas planas:

$$SCH_{PP1, PP0} = \{ f_i(PP0) / f_i \in T_{R2}, f_i(PP0) \subset PP1, \text{disjuntas} \}.$$

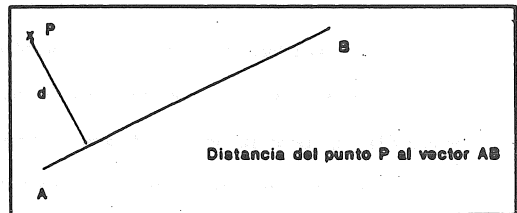
Diremos que una semicobertura homogénea es óptima (SCHO) si su cardinal es mayor o igual que el de cualquier otra que se pueda formar.

$$SCH_{PP1, PP0} \text{ es óptima si } \text{card}(SCH_{PP1, PP0}) > \text{card}(SCH'_{PP1, PP0}) \quad \forall SCH'_{PP1, PP0}.$$

4.- Condiciones de intersección y no solapamiento.

El establecimiento de las condiciones de no intersección entre polígonos se hace en dos etapas. La primera etapa define las condiciones necesarias y suficientes para intersección de lados usando las funciones D.

La D función D establece la relación posicional de un punto P respecto a un vector AB,



$A(X_A, Y_A)$, $B(X_B, Y_B)$ and $P(X_P, Y_P)$

$$D_{ABP} = \text{sign} [(X_A - X_B)(Y_A - Y_P) - (Y_A - Y_B)(X_A - X_P)]$$

Dependiendo de su signo el punto esta a la izquierda ($D_{ABP} > 0$), sobre la dirección ($D_{ABP} = 0$) o a la derecha ($D_{ABP} < 0$).

A partir de la función D se pueden establecer las condiciones para intersección de dos vectores. Y también se pueden establecer las condiciones de no intersección de dos polígonos.

5.- El Modelo Radial.

Ya en busca de una buena solución heurística del problema de las semicoberturas, se han planteado los criterios para la elección del modelo de representación de los objetos del problema.

En un trabajo anterior [RIZO91], se detallan diversos modelos de representación analizados e inconvenientes para su aplicación en la propuesta realizada.

Para representar los elementos geométricos que intervienen en el problema de las semicoberturas, se parte del código de contorno de los objetos (la obtención del código de contorno puede hacerse mediante un recorrido dirigido, después de realizar un filtrado de imagen).

En el problema aparecen tres elementos a modelizar:

- * Uno correspondiente a la pieza que se ubica repetidas veces (mediante instancias de clase) en la zona de recorte.
- * Otro corresponde a la zona de recorte.
- * Y el tercero a la colección de piezas ya ubicadas y su complemento (zona disponible para la ubicación de otras). Constituyendo el núcleo de las soluciones que se aportan dentro un objeto dinámico, cambiante en su forma, que debe proporcionar operaciones sobre intersección, inclusión y extensión.

El modelo de representación que se aporta, el modelo radial, ofrece las prestaciones necesarias para satisfacer las demandas del problema SCHO.

El modelo radial proporciona una forma de representación poligonal concavo-convexa aproximada, que tiene sus vértices de aproximación sobre direcciones predefinidas.

Suponemos una restricción inicial para todos los objetos a representar, que se denomina "propiedad de funcionalidad radial". Exigiendo el cumplimiento de esta propiedad, el objeto a representar tendrá un solo punto del contorno asociado a cada dirección que se considere tomada desde el centro de gravedad del objeto.

Se denomina centro de la representación, al centro de gravedad del objeto.

Se denomina orden de la representación, al número de direcciones radiales que considere ($2^{m+3} \ m > 0$).

Semirrecta de aproximación, es aquella que parte del centro y corresponde con alguna dirección radial. Sobre las semirrectas se establecen los vértices y los intervalos radiales de la representación.

Se pretende obtener un polígono de aproximación al objeto, exterior si es pieza a colocar e interior si es zona de posicionamiento.

La representación radial externa de la pieza con F radios, se define de la siguiente forma:

Una terna: vector de radios, vector de vértices y centro, tal que radios y vértices se obtienen a partir del contorno de las piezas, por deslizamiento de los vértices radiales, sobre cada par consecutivo de semirrectas de aproximación, hasta que en cada caso el segmento correspondiente a los vértices no corte al contorno.

$$P \text{ pieza} \rightarrow V_p = (P'_1, P'_2, \dots, P'_m)$$

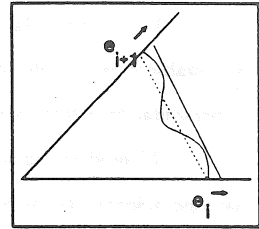
$$RRB_p(F) = (r, e, CG_p)$$

$$r = (r_1, r_2, \dots, r_F) \quad \text{Radios}$$

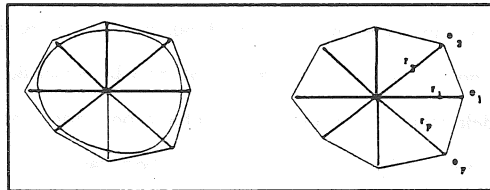
$$e = (e_1, e_2, \dots, e_F) \quad \text{Vértices}$$

$$\forall P'_i \in V_p \quad D > 0 \\ e_i, e_{i+1}, P'_i$$

Para ello exigimos que todos los puntos del contorno queden a la izquierda del vector e_i, e_{i+1} y si no, se desplazan e_i, e_{i+1} hacia el exterior.



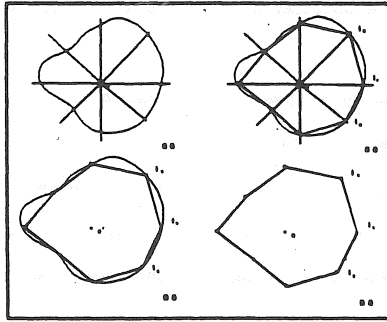
El error en la representación es la diferencia entre el área de la representación radial exterior y la del objeto, si no fuera aceptable, se considera un orden superior, hasta que lo sea.



La representación radial interna, corresponde a la zona de posicionamiento.

Se define de la misma manera que la exterior, salvo la determinación de los vértices y radios, que se hace por deslizamiento hacia el interior y exigiendo que los puntos del contorno

queden situados a la derecha del vector correspondiente a cada lado de la representación.



La no exigencia de la propiedad de funcionalidad radial, lleva a representaciones radiales mas complejas donde el vector de radios se transforma en un vector de listas de intervalos radiales y el vector de vértices en un vector de listas de vértices. Correspondientes en cada caso a cada semirrecta de aproximación.

La posición relativa de los intervalos de contorno, respecto de los lados de aproximación, se establece por medio de la función D, exigiendo que se sitúe a la izquierda en el caso de representación interna y a la derecha para externas.

El modelo radial, se ha instrumentado con la clase Repr-radial, ofreciendo entre otras las operaciones básicas para el posicionamiento, inclusión, traslación y giro, intersección, etc.

6.- El algoritmo de Posicionamiento en Frontera.

Prácticamente la totalidad de las soluciones propuestas en trabajos previos, tienen como zona de posicionamiento un rectángulo: el tejido donde hacer recortes, la placa de metal a cortar, etc. La irregularidad de la zona de posicionamiento afecta a la técnica de empaquetamiento. Como se verá aquí, el modelo radial, la representación radial proporciona una buena herramienta para la obtención de soluciones del problema de las semicoberturas.

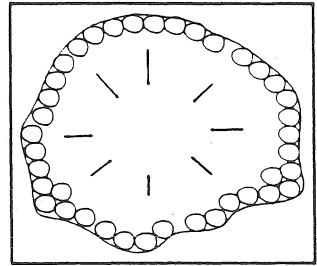
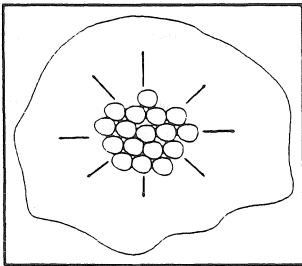
Este apartado se organiza en dos partes: en la primera, se plantean las estrategias para el posicionamiento deducidas de la observación del comportamiento de expertos humanos durante la resolución; en la segunda parte, se presenta el algoritmo para el posicionamiento basado en el modelo radial y que refleja la estrategia de posicionamiento en frontera.

Después de observar la "forma de hacer" de expertos humanos situados ante al problema del recorte de pieles en el calzado, se ha intentado captar las estrategias de razonamiento geométrico que conducen su actividad. De esta observación, se deducen tres tipos de posicionamiento:

- (1) Posicionamiento compactando, básicamente componen aglomeraciones de piezas, con la intención de que el aglomerado resultante de una nueva incorporación, tenga la menor superficie posible.
- (2) Posicionamiento adherente al contorno exterior, en definitiva pretenden que la pieza a colocar se adapte lo más posible al contorno de la zona de posicionamiento y produzca la menor pérdida posible.
- (3) Posicionamiento que se podría denominar "dirigido a la composición final", hace uso de los dos anteriores y añade un aspecto muy difícilmente capturable, reflejado en colocaciones concretas que no se ajustan a las estrategias anteriores pero que en definitiva les permite obtener buenas soluciones.

A la vista del comportamiento humano, se extraen dos estrategias antagónicas:

- (1) *Compactación de las piezas, produciendo acumulaciones de dentro hacia fuera, según se van posicionado lo objetos.*
- (2) *Posicionamiento en frontera, produciendo acumulaciones de fuera hacia dentro.*



La compactación de piezas, puede basarse a su vez en dos criterios:

- (1-a) Distancia mínima entre centros de gravedad. El centro de gravedad de la pieza a colocar debe estar lo más próximo posible al centro de gravedad de la zona de posicionamiento.
- (1-b) Envoltente de área mínima. Con lo que se pretende ajustar una pieza a las ya colocadas.

El posicionamiento en frontera, puede basarse a su vez en dos criterios:

(2-a) Distancia máxima entre el c.g. del objeto que se posiciona y el c.g. de la zona de posicionamiento.

(2-b) Mayor adherencia del objeto que se posiciona a la frontera de la zona de posicionamiento.

Estos criterios, cuyo origen está en el comportamiento humano frente al problema del empaquetamiento, se reflejan en los algoritmos que se proponen para obtener "buenas" soluciones.

Dada una zona de posicionamiento y una pieza, para obtener la semicobertura de la zona a partir de la pieza, con la estrategia de posicionamiento en frontera, utilizando el modelo de representación radial, se puede definir un espacio de soluciones con estructura de árbol, que se denomina *Árbol_Soluciones*, cuya creación y recorrido se realiza por el algoritmo básico. Esquemáticamente el algoritmo de posicionamiento en frontera es:

1º) Se obtienen la representación radial interior de la zona, y la exterior de la pieza.

2º) - Crear *Árbol_Soluciones*.

- $DRR_Z(F) \leftarrow RR_Z(F)$.

3º) COLOCACIÓN DE UNA PIEZA MAS.

- Situar nuevo nodo en *Árbol_Soluciones*.

- Para todo $i \in [1, F] \cap Z^+$ (hace referencia a los vértices de $DRR_Z(F)$, hacer:

- Para todo $j \in [1, F] \cap Z^+$ (hace referencia a los vértices de $IRRB_p(F)$, hacer:

3º-a) - fijar i, j

3º-b) - Crear una instancia de $RRB_p(F)$ que se denominará $IRRB_p$ con orientación i haciendo coincidir el vértice e_j con el e_i de DRR_Z . ATENCIÓN: desplazar $IRRB_p$ hacia el interior de DRR_Z , convenientemente para que $IRRB_p \subset DRR_Z$.

3º-c) Modificar la representación radial de DRR_Z de tal manera que excluya al polígono $IRRB_p$ obteniendo $ADRR_Z$ con lo que $ADRR_Z$ varía en alguno de sus radios y extremos respecto a DRR_Z .

3º-d) Verificar la positividad de radios de $ADRR_Z$.

si cierto:

Incluir los parámetros del posicionamiento en *Árbol_Soluciones*.

$DRR_Z \leftarrow ADRR_Z$

COLOCACIÓN DE UNA PIEZA MAS (acción 3º)

si falso:

¿Falla la verificación de positividad para todos los i, j de DRR_Z ?

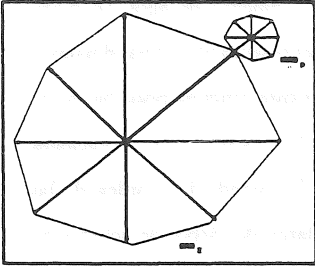
si cierto:

Detectado nodo terminal, final de rama de *Árbol_Soluciones*.

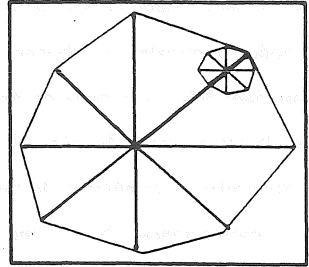
4º) Explorar *Árbol_Soluciones* para obtener la rama de mayor profundidad, (mayor número de piezas colocadas).

5º) Finalizar.

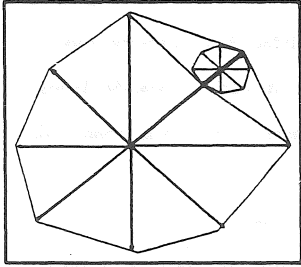
En las siguientes figuras se muestran diversas fase del algoritmo básico PF:



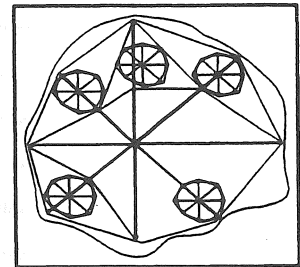
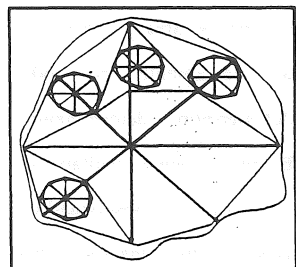
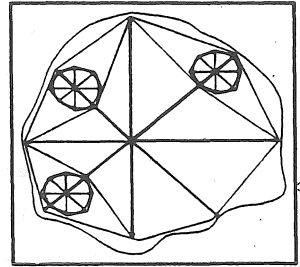
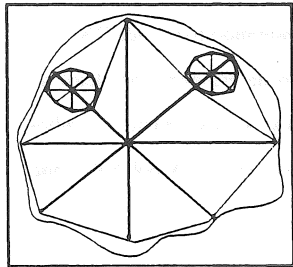
Posicionamiento exterior



Desplazamiento hacia el interior



Reducción de la representación de la zona



El paso tercero del algoritmo es recursivo, provocando la construcción del árbol de soluciones, donde cada ij definen un nodo, pudiendo tener hasta F^2 número de hijos, las hojas (nodos terminales), se obtienen cuando para ningún vértice de su representación radial dinámica asociada RR_z (a la rama de Arbol_Soluciones hasta ese nodo) no existe ninguna posición (giro) de la pieza cuya reducción sobre RR_z deje sus radios positivos. El espacio de soluciones exploradas es el número de ramas del árbol solución, es decir: $(F^2)^N$, siendo F el orden de las representaciones y N el número niveles del árbol. La rama más larga del árbol de soluciones, corresponde a la mejor solución de todas las exploradas.

La complejidad temporal y espacial que la creación del árbol de soluciones genera, impone utilizar criterios de poda en el algoritmo básico, con la finalidad de no explorar todo el Arbol_Soluciones. Se pretende elegir entre las K^2 posiciones posibles de cada colocación, la más adecuada, para ello se consideran dos alternativas conducentes a adherir la pieza a la frontera de la zona de posicionamiento:

2-a) Distancia máxima al Centro de Gravedad de la zona:

Elegir entre las K^2 posiciones, aquella que sitúa su centro de gravedad lo más lejano posible al de la zona, y verifica la positividad de radios.

Entonces, crear únicamente el nodo correspondiente.

Se modifica la acción 3 del algoritmo, determinando para cada RR_p , cuál es la posición de $IRRB_p$, que sitúa su centro de gravedad más lejos del centro de gravedad de RR_z y que verifica la positividad de radios, seleccionándose esta. Recorriéndose una sola rama de Arbol_Soluciones (Lista_Solución).

2-b) Área resultante máxima:

Elegir entre las K^2 posiciones aquella que se sitúa de tal manera que la reducción de representaciones radiales tiene menor área y verifica la prueba de inclusión. Entonces crear únicamente el nodo correspondiente. Se modifica la acción 3 del algoritmo, determinando para cada RR_p , cuál es la posición de $IRRB_p$, que da como resultante el polígono $ADRR_z$ de mayor área y que verifica la prueba positividad de radios, seleccionándose esta. De esta forma se obtiene una sola rama de Arbol_Soluciones (Lista_Solución).

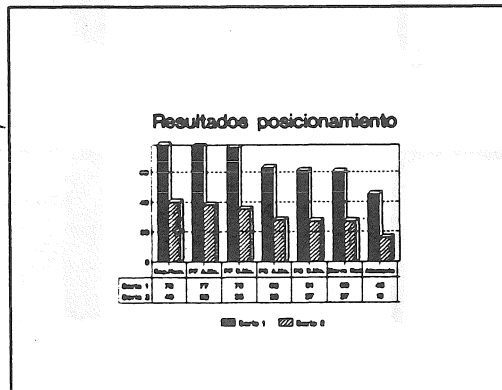
El algoritmo de posicionamiento en frontera ha sido instrumentado en Smalltalk [RIZO91].

7.- Resultados.

La medida de optimalidad de las estrategias y criterios, se ha estimado por comparación de resultados ante las mismas parejas (zona de posicionamiento, pieza) obtenidos por las dos estrategias básicas según los criterios de poda definidos para ellas, obtenidas por experto humano, las obtenidas por un sistema de posicionamiento basado en cierres rectangulares y un sistema de posicionamiento aleatorio.

Las condiciones en que se han realizado las pruebas son:

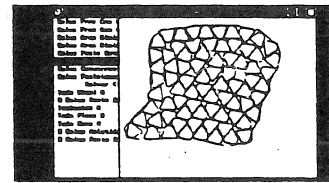
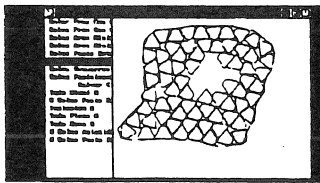
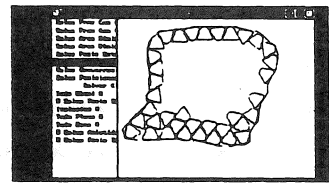
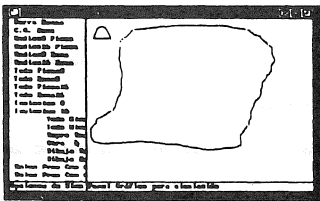
- Las parejas cumplían la propiedad de funcionalidad radial, teniendo la pieza entre 0'5 y un 5% de la superficie de posicionamiento.
- Los resultados se han tomado para las mismas parejas en cada método.
- Para la extracción de resultados del experto humano, se facilitó un sistema de posicionamiento asistido, que permitía manejar los mismos objetos que en los restantes métodos.
- Para el posicionamiento aleatorio, el posicionamiento se obtenía por generación aleatoria de un punto del interior de la zona y comprobación de no-solapamiento con los posicionados.
- Las pruebas con el sistema basado en cierres rectangulares se realizaron con un sistema cedido por una empresa vinculada al INESCOP.



El parámetro de comparación ha sido la medida de optimización de la superficie de posicionamiento, determinada por el número de piezas colocadas. En las tablas se muestran los resultados de dos series representativas. El posicionamiento en frontera se muestra muy próximo al de los expertos humanos, y el criterio del área máxima mejor que el de distancia máxima. Los criterios de compactación dan peores resultados, por su peor aprovechamiento de la zona exterior de posicionamiento. El Posicionamiento basado en cierres rectangulares no ha dado buenos resultados, básicamente por que no realiza giros de las piezas. El posicionamiento aleatorio se ha situado en el 50%.

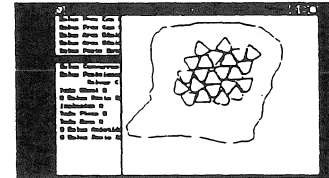
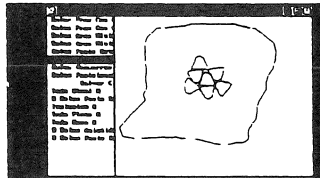
En la siguiente figura se muestra los resultados relativos al posicionamiento del experto humano. Donde se ratifica el buen comportamiento del posicionamiento en frontera.

En las imágenes se muestran resultados obtenidos con el entorno de posicionamiento prototipado.

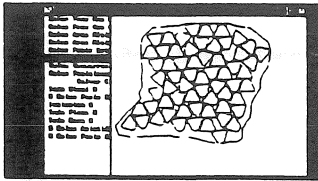


Durante el Posicionamiento en Frontera

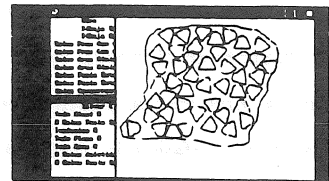
Fin Posicionamiento en Frontera.



Durante compactación CG.



Fin Posicionamiento Compactando CG



Posicionamiento Aleatorio

8.- Conclusiones.

A lo largo de este trabajo se han revisado las soluciones propuestas por otros autores, analizándose las dos técnicas básicas que estos utilizan: El empaquetamiento mediante cierres rectangulares y el empaquetamiento por deslizamiento.

La restricción de rectangularidad condiciona su aplicación en el posicionamiento en zonas irregulares y en general anteriormente no se han considerado los giros de las piezas, debido posiblemente a que el área de aplicación en cada caso no lo exigía.

Después de formular el problema y hacer una propuesta de clasificación, se han definido las condiciones de no intersección entre polígonos utilizando la función D .

Con la intención de obtener soluciones heurísticas del problema, se han revisado modelos de representación de elementos planos. Entre otras, la consideración de irregularidad y preguntas geométricas del tipo "punto más alejado del centro de gravedad", supusieron aportar el modelo radial, que ha servido de soporte para realizar algoritmos de posicionamiento. Para definir las estrategias de posicionamiento, se estudió el comportamiento de expertos humanos ante el problema, derivándose dos estrategias alternativas: compactación de piezas y posicionamiento en frontera. Se han aportado los algoritmos basados en cada estrategia y se han definido dos criterios específicos en cada caso, (área mínima y distancia mínima en el caso de compactación y área resultante máxima y distancia máxima en el caso de posicionamiento en frontera).

En cuanto a resultados, se ha concluido el mejor comportamiento para los posicionamientos en frontera y en particular para el criterio de área máxima resultante.

Para futuros trabajos, se plantea orientar los esfuerzos en :

- Profundizar en el modelo radial, incorporando por ejemplo, la posibilidad de definir cúmulos de piezas para realizar posicionamientos basados en estos.
- Dar mayor énfasis a la morfología de los elementos.
 - Clasificando las zonas por calidades(tratamiento de imagen).
 - Heterogeneidad y huecos. De tal manera que se reutilicen los huecos creados, para ello, las representaciones basadas en el barrido del plano pueden ser buenas candidatas.
- Incorporación de Nuevos mecanismos de razonamiento y comportamiento geométrico: vibración de piezas.
- Uso de otros modelos de computación, permitiendo manejar representaciones mas ajustadas del perfil. En esta línea podría usarse el modelo conexionista.

Referencias

- [ADAM69] Adamowicz, M.; *"The Optimum Two-Dimensional Allocation of Irregular Multiply-Connected Shapes with Linear, Logical, and Geometric Constraints"*. Ph. D. dissertation, Elect. Engg. Dept., New York University, New York, 1969.
- [ADAM76] Adamowicz & Albano; *"Nesting Two-Dimensional Shapes in Rectangular Modules"*. *Computer Aided Design*, Vol 8 No. 1, January 1976.
- [ALBA80] Albano, A. & Sapuppo, G.; *"Optimal Allocation of Two-Dimensional Shapes Using Heuristic Search Methods"*. *IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics*, Vol. 10, No. 5, May 1980, pp. 242-248.
- [AMAR90] Amaral; Bernardo & Jorge; *"Marker-Making Using Automatic Placement of Irregular Shapes for the Garment Industry"*. *Computers and Graphics*, Vol 14, No. 1, 1990.
- [ART_67] Art; *"Computerized Marker Making: An Approach to the Pattern Layout Problem in the Garment Industry"*. *The Journal of the Apparel Research Foundation*, Vol 2, No. 2, 1967
- [FORT85] Fortune, S.J.; *"A Fast Algorithm for Polygon Containment by Translation"* ICALP, 85.
- [HAIM66] Haims, M.; *"On the Optimum Two-Dimensional Allocation Problem"*. Ph. D. dissertation, Elect. Engg. Dept., New York University, New York, 1966.
- [KONO81] Konopasek, M.; *"Mathematical Treatments of Some Apparel Marking and Cutting Problems"*. U.S. Dept. of Commerce Report 99-26-90857-10, June 1981.
- [LING83] Lingas, Andrzej; *"Heuristics for Minimum Edge Length Rectangular Partitions of Rectilinear Figures"*. LNCS N.145, Ed. A. B. Cremers & H.P. Kriegel, Springer Verlag, 1983.
- [MAHA84] Mahadevan, A.; *"Optimization in Computer Aided Pattern Packing"* Ph. D. dissertation, North Carolina State University at Raleigh, 1984.
- [PARB87] Parberry, I.; *"Parallel Complexity Theory"*. John Wiley & Sons, Inc., 1987, New York, Toronto
- [RIZO91] Rizo, R.; *"Semicoberturas Homogéneas Bidimensionales"* Ph. D. dissertation, Universidad Politécnica de Valencia. Spain, 1991.
- [SIRJ88] Sirjani, Abolfazl & Cross, George R; *"An Algorithm for Polygonal Approximation on a Digital Object"*. *Pattern Recognition Letters* 7, 1988, pp. 299-303.